

PISMENI ISPIT IZ KOLEGIJA MATEMATIKA

Zagreb, 24. kolovoza 2010.

Grupa zadataka: 24810BCDA

1. GRUPA

3. Ispitajte je li matrica $A = \begin{bmatrix} 5 & 5 & 5 & 5 \\ 4 & 4 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 9 \end{bmatrix}$ regularna.

4. Ako je matrica jednoga dvosektorskoga gospodarstva $A = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.2 \\ 0.2 & 0.2 \end{bmatrix}$, a vektor finalne potražnje $q = \begin{bmatrix} 360 \\ 90 \end{bmatrix}$, odredite vektor ukupnih outputa Q i sastavite input-output tablicu!

2. GRUPA

3. Odredite točku infleksije funkcije $y = (x+1)^3 - 2(x+1)^2$.

4. Izrazite koeficijente parcijalne elastičnosti funkcije potražnje $q_1 = -1.5p_1 + 2p_2 + 3.5$, gdje p_1 označava cijenu robe kojoj je potražnja q_1 , dok je p_2 cijena neke druge robe. Kolika je vrijednost tih koeficijenata na razini cijena $p_1=5$, $p_2=7$? Protumačite rezultate!

3. GRUPA

5. Izračunajte površinu koju zatvaraju grafovi funkcija $f(x) = x^3$ i $g(x) = x$.

6. Odredite funkciju ponude $q = f(p)$ ako je koeficijent elastičnosti te funkcije $E_{q,p} = 0.5$ i ako je poznato da, na razini cijene $p = 4$, ponuda iznosi 18 jedinica.

4. GRUPA

7. Zajam u visini 100 000.00 kn odobren je na 4 godine otplate, uz godišnji dekurzivni kamatnjak 10, a po modelu konstantnih otplatnih kvota i varijabilnih anuiteta koji dospijevaju krajem godine. Izračunajte sumu anuiteta!

8. Zajam od 90 000.00 € odobren je pravnoj osobi na tri godine otplate, po modelu varijabilnih otplatnih kvota i konstantnih anuiteta koji dospijevaju krajem godine, uz dekurzivni godišnji kamatnjak 10. Izračunajte ukupne kamate!

Rješenja:

1. Matrica je singularna. 2. $Q = \begin{bmatrix} 850 \\ 325 \end{bmatrix}$, $[Q_{ij}] = \begin{bmatrix} 425 & 65 \\ 170 & 65 \end{bmatrix}$;

3. $I(-\frac{2}{3}, -\frac{16}{27})$;

4. $E_{q_1, p_1} = -0.75$, $E_{q_1, p_2} = 1.4$,

$p_1 = 5 \uparrow 1\% (p_2 = 7) \Rightarrow q_1 \downarrow \approx 0.75\%$,

$(p_1 = 5), p_2 = 7 \uparrow 1\% \Rightarrow q_1 \uparrow \approx 1.4\%$;

5.0.5 6. $q = 9\sqrt{p}$;

7. $\sum_{k=1}^4 a_k = 125000.00kn$, 8. $a \approx 36190.33$ €, $\sum_{k=1}^3 I_k \approx 18570.99$ €.

PISMENI ISPIT IZ KOLEGIJA MATEMATIKA

Zagreb, 24.kolovoza 2010.

Grupa zadataka: 24810BCAD

1. GRUPA

3. Izračunajte vrijednost determinante $|A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 4 & 4 & 4 & 8 \\ 5 & 6 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

4. Ako je matrica jednoga dvosektorskoga gospodarstva $A = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.2 \\ 0.4 & 0.2 \end{bmatrix}$, a vektor finalne potražnje $q = \begin{bmatrix} 90 \\ 360 \end{bmatrix}$, odredite vektor ukupnih outputa Q i sastavite input-output tablicu!

5.

2. GRUPA

3. Odredite točku infleksije funkcije $y = (x+1)^3 + 3(x+1)^2$.

4. Izrazite koeficijente parcijalne elastičnosti funkcije ponude $q_1 = 1.5p_1 - p_2 + 9.5$, gdje p_1 označava cijenu robe kojoj je ponuda q_1 , dok je p_2 cijena neke druge robe. Kolika je vrijednost tih koeficijenata na razini cijena $p_1=5$, $p_2=7$? Protumačite rezultate!

3. GRUPA

5. Izračunajte površinu koju zatvaraju grafovi funkcija $f(x) = x^2$ i $g(x) = x + 2$.

6. Odredite funkciju potražnje $q = f(p)$ ako je koeficijent elastičnosti te funkcije $E'_{q,p} = -0.5$ i ako je poznato da, na razini cijene $p = 4$, potražnja iznosi 18 jedinica.

4. GRUPA

7. Odredite rok otplate za potrošački kredit od 10 000.00 kn, odobren uz 10% udjela u gotovini i 9% godišnjih anticipativnih kamata, ako je mjesečna rata 636.00 kn.

8. Zajam od 90 000.00 € odobren je pravnoj osobi na tri godine otplate, po modelu konstantnih otplatnih kvota i varijabilnih anuiteta koji dospijevaju krajem godine, uz dekurzivni godišnji kamatnjak 10. Izračunajte ukupne kamate!

Rješenja:

1. 16; 2. $Q = \begin{bmatrix} 300 \\ 600 \end{bmatrix}$, $[Q_{ij}] = \begin{bmatrix} 90 & 120 \\ 120 & 120 \end{bmatrix}$;

3. $I(-2,2)$;

4. $E_{q_1, p_1}(p_1 = 5, p_2 = 7) = 0.75$, $E_{q_1, p_2}(p_1 = 5, p_2 = 7) = -0.7$,

$p_1 = 5 \uparrow 1\%(p_2 = 7) \Rightarrow q_1 \uparrow \approx 0.75\%$,

$(p_1 = 5), p_2 = 7 \uparrow 1\% \Rightarrow q_1 \downarrow \approx 0.7\%$;

5. 4.5; 6. $q = 36p^{-0.5}$;

7. 15 mjeseci; 8. 18 000.00 €.

PISMENI ISPIT IZ KOLEGIJA MATEMATIKA

Zagreb, 24.kolovoza 2010.

Grupa zadataka: 24810ABCD

1. GRUPA

1. Gauss-Jordanovom metodom ispitajte egzistenciju i jednoznačnost rješenja sljedećega sustava linearnih jednadžbi:

$$x + y + z + u = 1$$

$$2x - 2y + 2z - u = 0$$

$$-x + y + z + 2u = 0$$

Ako rješenje postoji, odredite ga i provjerite. Ako rješenje ne postoji, objasnite razloge.

2. Poznata je matrica međusektorskih potražnji $[Q_{ij}]$ i vektor ukupnih outputa Q :

$$[Q_{ij}] = \begin{bmatrix} 30 & 50 \\ 60 & 50 \end{bmatrix}, Q = \begin{bmatrix} 180 \\ 150 \end{bmatrix}.$$

(a) Sastavite input-output tablicu.

(b) Pod pretpostavkom da se tehnološki uvjeti ne mijenjaju, a finalne potražnje porastu za 20%, odredite nove ukupne outpute koji će zadovoljiti novu finalnu potražnju.

2. GRUPA

3. Ispitajte ima li funkcija $y = x^3 - 12x + 3$ ekstremne vrijednosti. Ako ekstremne vrijednosti postoje, odredite ih. Ako ekstremne vrijednosti ne postoje, objasnite razlog.

4. Za funkciju potražnje $q = 100 - p^2$, gdje p označava cijenu, odredite područje elastičnosti i područje neelastičnosti.

3. GRUPA

5. Riješite neodređeni integral $\int \frac{4x}{\sqrt{x^2 + 3}} dx$ i provjerite rezultat!

6. Poznata je funkcija graničnih troškova proizvodnje: $\frac{dT}{dQ} = 6Q^2 - 48Q + 25$. Odredite

funkciju ukupnih troškova proizvodnje uz početni uvjet $T(10) = 1500$.

4. GRUPA

7. Odobren je potrošački kredit u iznosu 18 000.00 kn, bez udjela u gotovini, te uz anticipativni godišnji kamatnjak 9, s rokom otplate dvije godine. Izračunajte približnu vrijednost mjesečne rate (zaokruženo na dvije decimale!).

8. Zajam od 20 000.00 € odobren je na četiri godine, po modelu konstantnih otplatnih kvota i varijabilnih anuiteta koji dopijevaju krajem godine, uz dekurzivni godišnji kamatnjak 5. Izračunajte ukupne kamate!

Rješenja:

1. $x = \frac{1}{2} - z$, $y = \frac{1}{2} - u$, $z, u \in R$; 2. $q = \begin{bmatrix} 100 \\ 40 \end{bmatrix}$, $Q_{Novi} = \begin{bmatrix} 216 \\ 180 \end{bmatrix}$;

3. $m(2, -13)$, $M(-2, 19)$; 4. $P_{EL} = \left(\frac{10\sqrt{3}}{3}, 10 \right)$, $P_{NEEL} = \left(0, \frac{10\sqrt{3}}{3} \right)$;

5. $4\sqrt{x^2 + 3} + C$; 6. $T(Q) = 2Q^3 - 24Q^2 + 25Q + 1650$;

7. ≈ 810.31 kn; 8. 2 500.00 €.

PISMENI ISPIT IZ KOLEGIJA MATEMATIKA

Zagreb, 24.kolovoza 2010.

Grupa zadataka: 24810DCBA

1. GRUPA

1. Gauss-Jordanovom metodom ispitajte egzistenciju i jednoznačnost rješenja sljedećega sustava linearnih jednačini:

$$x + y + z + u = 1$$

$$x - y + z - u = 0$$

$$-x + y - z + u = 0$$

Ako rješenje postoji, odredite ga i provjerite. Ako rješenje ne postoji, objasnite razloge.

2. Poznata je matrica međusektorskih potražnji $[Q_{ij}]$ i vektor ukupnih outputa Q :

$$[Q_{ij}] = \begin{bmatrix} 30 & 50 \\ 60 & 50 \end{bmatrix}, Q = \begin{bmatrix} 180 \\ 150 \end{bmatrix}.$$

(a) Odredite matricu tehnologije T .

(b) Pod pretpostavkom da se tehnološki uvjeti ne mijenjaju, a finalne potražnje porastu za 40%, odredite nove ukupne outpute koji će zadovoljiti novu finalnu potražnju.

2. GRUPA

3. Ispitajte ima li funkcija $y = x^3 - 12x + 13$ ekstremne vrijednosti. Ako ekstremne vrijednosti postoje, odredite ih. Ako ekstremne vrijednosti ne postoje, objasnite razlog.

4. Za funkciju potražnje $q = 200 - 0.5p^2$, gdje p označava cijenu, odredite područje elastičnosti i područje neelastičnosti.

3. GRUPA

5. Riješite neodređeni integral $\int \frac{10x}{\sqrt{5x^2 + 3}} dx$ i provjerite rezultat!

6. Poznata je funkcija graničnih troškova proizvodnje: $\frac{dT}{dQ} = 6Q^2 - 48Q + 50$. Odredite

funkciju ukupnih troškova proizvodnje uz početni uvjet $T(10) = 200$.

4. GRUPA

7. Odobren je potrošački kredit u iznosu 16 000.00 kn, bez udjela u gotovini, te uz anticipativni godišnji kamatnjak 8, s rokom otplate dvije godine. Izračunajte približnu vrijednost mjesečne rate (zaokruženo na dvije decimale!).

8. Zajam od 12 000.00 € odobren je na tri godine, po modelu konstantnih otplatnih kvota i varijabilnih anuiteta koji dopijevaju krajem godine, uz dekurzivni godišnji kamatnjak 5. Izračunajte ukupne anuitete!

Rješenja:

1. $x = \frac{1}{2} - z, y = \frac{1}{2} - u, z, u \in R;$ 2. $T = \begin{bmatrix} 5/6 & -1/3 \\ -1/3 & 2/3 \end{bmatrix}, Q_{Novi} = \begin{bmatrix} 252 \\ 210 \end{bmatrix};$

3. $m(2, -3), M(-2, 29);$ 4. $P_{EL} = \left(\frac{20\sqrt{3}}{3}, 20 \right), P_{NEEL} = \left[0, \frac{20\sqrt{3}}{3} \right);$

5. $2\sqrt{5x^2 + 3} + C;$ 6. $T(Q) = 2Q^3 - 24Q^2 + 50Q + 100;$

7. ≈ 722.22 kn; 8. 13 200.00 €.